Partie D : Évolution temporelle des systèmes mécaniques

Chapitre 9 : La mécanique de Newton

1. Rappels des lois de Newton vues en première S

1.1. Première loi : Principe d'inertie

Dans un ***référentiel galiléen***, si la résultante (somme vectorielle) des forces extérieures qui s'exercent sur un système est nulle alors le centre d'inertie de ce système est immobile ou possède un mouvement rectiligne et uniforme : le vecteur-vitesse du centre d'inertie est un vecteur constant, et réciproquement :

$$\Sigma\vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{v}_G = \vec{C^{st}}$$

Rem. 1 : Si $\vec{v}_G = \vec{0}$: le système reste au repos (dans un référentiel galiléen).

Rem. 2 : Un référentiel, dans lequel le principe d'inertie est vérifié, est dit « galiléen ». Les référentiels héliocentrique et géocentrique sont des référentiels galiléens. Le référentiel terrestre peut être assimilé à un référentiel galiléen si la durée d'étude d'un phénomène reste courte devant la période de rotation de la Terre sur elle-même.

Rem. 3 : Un référentiel en mouvement de translation rectiligne uniforme par rapport à un référentiel galiléen est lui-même un référentiel galiléen.

1.2. Approche de la deuxième loi

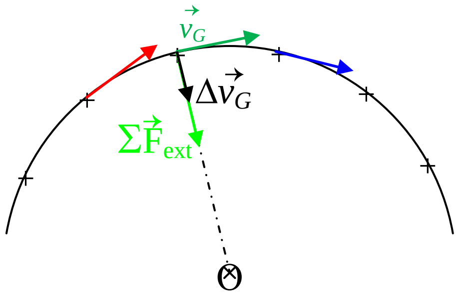
En première S, la seconde loi de Newton a été entrevue de la façon suivante :

Dans un référentiel galiléen, la variation du vecteur-vitesse $\Delta\vec{v}_G$ du centre d'inertie a même direction et même sens que la résultante des forces extérieures $\Sigma\vec{F}_{ext}$ appliquées à un système : si $\Sigma\vec{F}_{ext} \neq \vec{0} \Leftrightarrow \vec{v}_G \neq \vec{C^{st}}$

Rem. 1 : Si $\Sigma\vec{F}_{ext} = \vec{0}$ alors $\Delta\vec{v}_G = \vec{0}$ et donc $\vec{v}_G = \vec{C^{st}}$: la 2ème loi est conforme au principe d'inertie.

Rem. 2 : Dans le cas d'un mouvement rectiligne non uniforme, comme un solide en chute libre (soumis uniquement à son poids, initialement au repos) : la vitesse du solide augmente mais ni sa direction ni son sens ne varie.

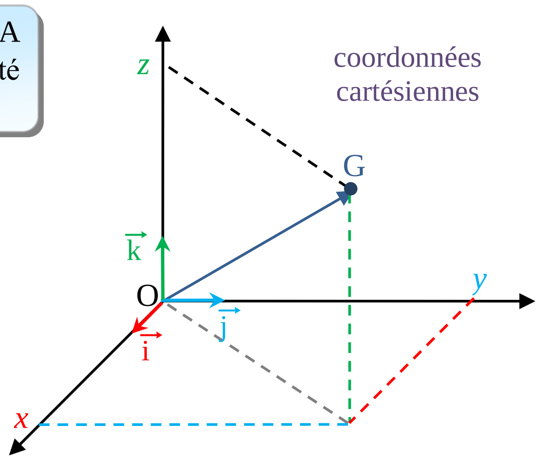
Rem. 3 : Dans le cas d'un mouvement circulaire uniforme : un palet est relié à un point d'une table à coussin d'air.



Lorsque $\vec{v}_G$ est perpendiculaire à la résultante $\Sigma\vec{F}_{ext}$ des forces extérieures appliquées, la valeur v_G de $\vec{v}_G$ reste constante : seule la direction de $\vec{v}_G$ varie.

1.3. Troisième loi : principe des actions réciproques

Lorsque deux corps A et B sont en interaction, la force $\vec{F}_{A/B}$ exercée par A sur B et la force $\vec{F}_{B/A}$ exercée par B sur A vérifient toujours l'égalité vectorielle : $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$ (même direction, même valeur, sens contraire).



2. Le vecteur-accélération

2.1. Référentiel

Un référentiel est un solide par rapport auquel on étudie un mouvement :

Un référentiel est muni :

- d'un repère d'espace (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$) ;
- d'un repère de temps.

2.2. Vecteur-position et vecteur-vitesse

On définit le vecteur-position du centre d'inertie G d'un système par le vecteur $\overrightarrow{OG} = x.\vec{i} + y.\vec{j} + z.\vec{k}$ ou $\overrightarrow{OG} \left| \begin{array}{l} x \\ y \\ z \end{array} \right.$

Le vecteur-vitesse est la limite quand Δt tend vers zéro de la variation temporelle du vecteur-position :

$$\vec{v}_G(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{OG}(t+\Delta t) - \overrightarrow{OG}(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\overrightarrow{OG}}{\Delta t} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$$

Le vecteur-vitesse est donc le vecteur dérivé du vecteur-position : $\vec{v}_G(t) = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt} = \frac{dx}{dt}.\vec{i} + \frac{dy}{dt}.\vec{j} + \frac{dz}{dt}.\vec{k}$

La dérivé d'un scalaire x par rapport au temps est fréquemment notée $\dot{x}$ ($\equiv \frac{dx}{dt}$) et la dérivé seconde ($\frac{d^2x}{dt^2}$) notée $\ddot{x}$.

Ainsi le vecteur-vitesse peut s'écrire : $\vec{v}_G(t) = \dot{x}.\vec{i} + \dot{y}.\vec{j} + \dot{z}.\vec{k}$.

Les coordonnées du vecteur-vitesse $\vec{v}_G(t)$ sont donc : $v_x(t) = \frac{dx}{dt}$; $v_y(t) = \frac{dy}{dt}$; $v_z(t) = \frac{dz}{dt}$

Le vecteur-vitesse du centre d'inertie peut donc se noter : $\vec{v}_G(t) \left| \begin{array}{l} v_x = \dot{x} \\ v_y = \dot{y} \\ v_z = \dot{z} \end{array} \right.$.

2.3. Le vecteur-accélération

Le vecteur-accélération représente la limite quand Δt tend vers zéro de la variation temporelle du vecteur-vitesse :

$$\vec{a}_G(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{v}_G(t+\Delta t) - \vec{v}_G(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}_G}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}_G}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}\right) = \frac{d^2\overrightarrow{OG}}{dt^2}$$

Le vecteur-accélération est donc le vecteur dérivé du vecteur-vitesse : $\vec{a}_G(t) = \frac{d\overrightarrow{v_G}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}.\vec{i} + \frac{dv_y}{dt}.\vec{j} + \frac{dv_z}{dt}.\vec{k}$

Ou encore : $\vec{a}_G(t) = \frac{d^2x}{dt^2}.\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}.\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}.\vec{k}$. Ainsi le vecteur-accélération peut s'écrire : $\vec{a}_G(t) = \ddot{x}.\vec{i} + \ddot{y}.\vec{j} + \ddot{z}.\vec{k}$.

Les coordonnées du vecteur-accélération $\vec{a}_G$ (t) sont donc : $a_x(t) = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$; $a_y(t) = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}$; $a_z(t) = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}$

Le vecteur-accélération du centre d'inertie peut donc se noter : $\vec{a}_G(t) \left| \begin{array}{l} a_x = \ddot{x} \\ a_y = \ddot{y} \\ a_z = \ddot{z} \end{array} \right.$.

3. La seconde loi de Newton : principe fondamental de la dynamique

On montre expérimentalement, que dans un référentiel galiléen, la résultante des forces extérieures qui s'exercent sur un système solide est proportionnelle au vecteur-accélération subi par le centre d'inertie de ce système. Le coefficient de proportionnalité est associé à « l'inertie du système ». Il correspond à la masse du système.

Dans un référentiel galiléen, la résultante des forces extérieures appliquées à un système est égale au produit de la masse du système par le vecteur-accélération du centre d'inertie du système.

$$\Sigma\vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G(t)$$

Rem. : La masse apparaît bien comme une « inertie mécanique » : $\vec{a}_G(t) = \frac{\Sigma\vec{F}_{ext}}{m}$:

Lorsqu'une force constante est exercée sur des systèmes de masse différente, plus la masse est importante, plus l'accélération est faible et donc plus la modification du mouvement est faible.
Il est par exemple, pour un être humain *normalement constitué*, plus difficile de mettre en mouvement (en le poussant), un camion (de type 33 tonnes), qu'une voiture…