Concert de violons **d'après bac métropole 2011 (20 points)**

1. Le violon

1.1. L'oscillogramme du diapason est un son pur : le signal est sinusoïdal. L'oscillogramme du violon est un son complexe : le signal est périodique mais non sinusoïdale (c'est une somme de plusieurs signaux sinusoïdaux de fréquence multiples de la fréquence fondamentale).

Les deux sons possèdent la même hauteur car la fréquence f_1 est la même (f_1 =440 Hz) (1).

Les deux sons possèdent des timbres différents car leur nombre d'harmonique et l'amplitude relative de ces derniers diffèrent). (1).

1.2. La fréquence f_1 est la fréquence fondamentale du son joué (1).

1.3. La fréquence f_2 est celle de l'harmonique de rang 2 : $f_2 = 2.f_1 = 2\times440 = 880$ Hz. (0,5).

La fréquence f_3 est celle de l'harmonique de rang 3 : $f_3 = 3.f_1 = 3\times440 = 1320$ Hz. (0,5).

2. L'ensemble des violons

2.1. Les battements

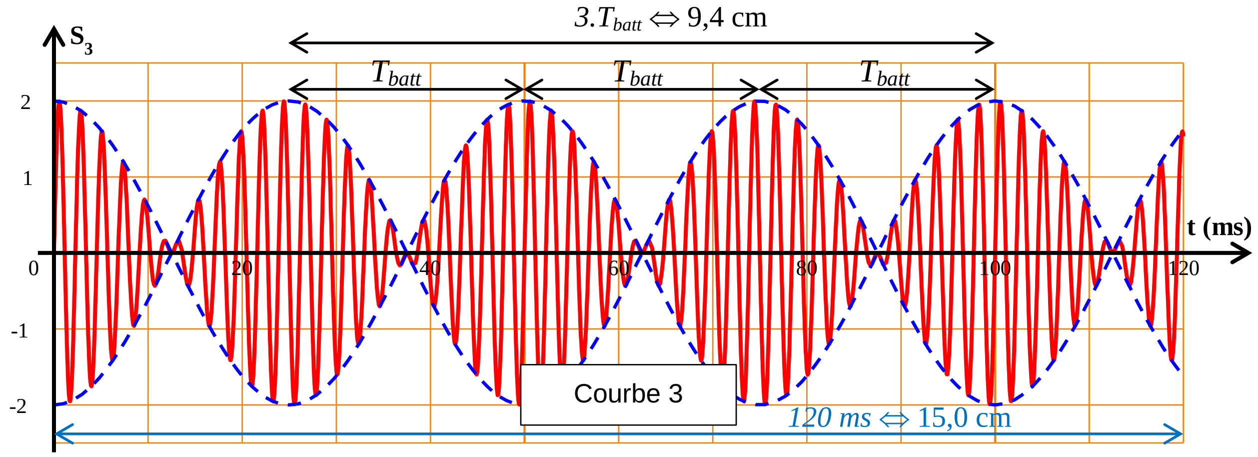

Figure 2. Courbes simulant les signaux sonores

2.1.1. Sur la courbe représentée, on remarque que $3.T_{batt} = \frac{9{,}4\times120}{15{,}0} = 75$ ms (2 C.S.) soit $T_{batt} = 25$ ms (1).

La fréquence des battements est donc $f_{batt} = \frac{1}{T_{batt}} = \frac{1}{25.10^{-3}} = 40$ Hz (1).

$f_b - f_a = 460 - 420 = 40$ Hz. On vérifie bien que la période des battements est $f_b - f_a$. (1).

2.1.2. Lorsque le musicien constate l'arrêt des battements, cela signifie que $f_{batt} = 0$, donc $f_b - f_a = 0$ Hz : Les violons sont donc accordés (1).

2.2. Comment accorder les violons ?

2.2.1. Deux points fixes sur une corde sont séparés d'une demi-longueur d'onde. Ainsi si l'on observe un seul fuseau, seules les deux extrémités sont fixes : $L = \frac{\lambda}{2}$ (1 avec justification convenable)

2.2.2. Par définition la longueur d'onde est liée à la célérité par la relation : $\lambda = v.T = \frac{v}{f}$. Ainsi pour le mode de vibration fondamentale on a $2.L = v/f_0$, donc $v = 2.L.f_0$ (1).

2.2.3. D'après la seconde loi de Newton $[F] = [m].[a] = M.L.T^{-2}$ et $[\mu] = M.L^{-1}$, il vient :

$[v] = \left(\frac{[F]}{[\mu]}\right)^{1/2} = \left(\frac{M.L.T^{-2}}{M.L^{-1}}\right)^{1/2} = \left(L^2.T^{-2}\right)^{1/2} = L.T^{-1}$: c'est la dimension d'une vitesse ; La relation est homogène (1).

2.2.4. $\sqrt{\frac{F}{\mu}} = 2.L.f_0$, donc $f_0 = \frac{1}{2.L}.\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ (1).

2.2.5. La fréquence est trop élevée (460 > 440) : il faut la diminuer. La longueur L de la corde du violon étant fixe et sa masse linéique μ également, il faut diminuer la tension F de la corde car la fréquence f_0 est une fonction croissante de la tension F (1).

2.3. Niveau sonore et intensité

2.3.1. Le niveau sonore est minimale si $I_1 = I_0$: $L_{min} = 10\times\log\frac{I_0}{I_0} = 10\times\log 1 = 0$ dB (1).

2.3.2. $L_{10} = 10\times\log\frac{10.I_1}{I_0}$.

Ainsi $L_{10} = 10\times\log 10 + 10\times\log\frac{I_1}{I_0} = 10\times\log 10 + L_1 = L_1 + 10$ dB, soit $L_{10} = 70 + 10 = 80$ dB (2).

2.3.3. $I = n\times I_1$. Ainsi $n = \frac{I}{I_1}$. avec $\log\frac{I_1}{I_0} = \frac{L_1}{10}$ et donc $\frac{I_1}{I_0} = 10^{L1/10}$ et finalement $I_1 = I_0\times 10^{L1/10}$.

Donc $n = \frac{I}{I_0\times 10^{L1/10}}$ soit $n = \frac{1{,}0.10^{-1}}{1{,}0.10^{-12}\times 10^{70/10}} = \frac{1{,}0.10^{-1}}{1{,}0.10^{-5}} = 1{,}0.10^{4}$, soit 10 milles violons !

Il faudrait 10 milles violons situés à 5 m pour endommager l'oreille de l'auditeur. Cette concentration de violons n'est pas envisageable à 5 m de distance : l'auditeur ne risque rien (2).

3. Conduite d'un orchestre à l'oreille

3.1. $\frac{f_{13}}{f_1} = \frac{f_{13}}{f_{12}}\times\frac{f_{12}}{f_{11}}\times\frac{f_{11}}{f_{10}}\times\frac{f_{10}}{f_9}\times\frac{f_9}{f_8}\times\frac{f_8}{f_7}\times\frac{f_7}{f_6}\times\frac{f_6}{f_5}\times\frac{f_5}{f_4}\times\frac{f_4}{f_3}\times\frac{f_3}{f_2}\times\frac{f_2}{f_1} = 2$, donc $\frac{f_{13}}{f_1} = \left(\frac{f_{i+1}}{f_i}\right)^{12} = 2$, donc $\frac{f_{i+1}}{f_i} = 2^{1/12}$ (1).

Les intervalles sont tous égaux entre eux donc de proche en proche : $\frac{f_{13}}{f_1} = \left(\frac{f_{i+1}}{f_i}\right)^{12} = 2$, donc $\frac{f_{i+1}}{f_i} = 2^{1/12}$

3.2. $f(si_3) = f(la_3)\times 2^{2/12} = f(la_3)\times 2^{1/6} = 440\times 2^{1/6} = 494$ Hz (1).